

[CSE4170] 기초 컴퓨터 그래픽스

(숙제 1) 법선 벡터와 평면에 대한 아핀 변환

담당교수: 서강대학교 컴퓨터공학과 임인성

March 28, 2016

제출 마감: 4월 4일 (월) 수업 시작 직전 조교가 수거

다음 그림은 3차원 공간에서의 아핀 변환에 관한 것이다. 4행 4열 행렬 M 이 어떤 아핀 변환에 해당하는 행렬이라고 할 때, 3차원 공간에서의 기하 물체의 한 점 $p = (x, y, z, 1)^t$ 은 Mp 와 같은 형태로 기하 변환할 수 있다.

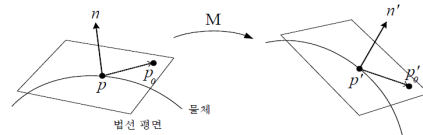
- 점(point)에 대한 변환

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

- 주어진 점에 대한 아핀 변환 M 을 상이한 부류의 기하 개념인 벡터와 평면에 적용할 때에는 그에 맞는 방식을 사용해야 함!

- 벡터(vector)에 대한 변환

$$\begin{pmatrix} n'_x \\ n'_y \\ n'_z \\ 0 \end{pmatrix} = (M^{-1})^t \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \\ 0 \end{pmatrix}$$



- 평면(plane)에 대한 변환 ($ax + by + cz + d = 0$)

$$(a' \ b' \ c' \ d') = (a \ b \ c \ d) \cdot M^{-1}$$

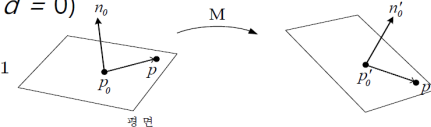


Figure 1: 서로 다른 성격의 기하 정보에 대한 아핀 변환

1. 이 기하물체가 M 에 의해 변환이 될 때, p 에서 물체 표면에 수직인 법선 벡터(normal vector) $n = (n_x, n_y, n_z, 0)^t$ 도 자연스럽게 함께 변환이 되는데, 이때 변환 후의 법선 벡터는 $(M^{-1})^t n$ 이 됨을 증명하라. (참고: 법선 벡터가 아닌 임의의 벡터에 대해서도 이 사실이 성립함)
2. 3차원 공간에서의 임의의 한 평면은 $ax + by + cz + d = 0$ 과 같이 표현이 된다. 만약 이 평면 상의 모든 점을 M 에 의해 변환을 할 경우 대응되는 점들을 포함하는 새로운 평면을 $a'x + b'y + c'z + d' = 0$ 이라 할 때, $(a', b', c', d') = (a, b, c, d)M^{-1}$ 이 됨을 증명하라.